

Grafy II - zadania dodatkowe

1. Niech G będzie grafem powstałym z cyklu C_6 poprzez dodanie dwóch nowych wierzchołków i połączenie ich krawędzią ze wszystkimi pozostałymi wierzchołkami oraz ze sobą. Czy jest eulerowski? Czy jest hamiltonowski? Odpowiedzi uzasadnij.
2. Niech graf $G_n = (V_n, E_n)$, $n \geq 3$ będzie grafem powstałym z cyklu C_{2n} o zbiorze wierzchołków $\{v_1, v_2, \dots, v_{2n}\}$ poprzez dodanie wierzchołka u i dodanie krawędzi $\{v_{2i}, u\}$ dla każdego $i \in \{1, 2, \dots, n\}$.
 - a) Podaj rząd, rozmiar, stopień minimalny i maksymalny grafu G_n .
 - b) Czy graf G_n jest eulerowski? Uzasadnij.
 - c) Czy graf G_n jest hamiltonowski? Uzasadnij.
 - d) Czy graf G_n jest dwudzielny? Uzasadnij.
3. Niech graf $G_n = (V_n, E_n)$, dla $n \geq 3$, będzie grafem powstałym z cyklu C_{4n} o zbiorze wierzchołków $\{v_1, v_2, \dots, v_{4n}\}$ poprzez dodanie krawędzi $\{v_{2i}, v_{2n+2i}\}$, dla każdego $i \in \{1, 2, \dots, 2n\}$.
 - a) Podaj rząd, rozmiar, stopień minimalny i maksymalny grafu G_n .
 - b) Jaka jest najmniejsza liczba krawędzi, które należy dodać, aby graf G_n był eulerowski? Uzasadnij.
 - c) Czy graf G_n jest dwudzielny? Uzasadnij.
4. Jaka jest minimalna liczba krawędzi, które należy dołączyć do grafu pełnego dwudzielnego $K_{n,n+1}$, $n \geq 2$, aby uzyskać graf Eulera? Jaka jest minimalna liczba krawędzi, które muszą zostać usunięte z $K_{n,n+1}$ w celu uzyskania grafu Eulera?
5. Niech G będzie grafem rzędu n , $n \geq 5$, otrzymanym z grafu pełnego K_n poprzez usunięcie dwóch krawędziowo rozłącznych skojarzeń o maksymalnej liczebności. Czy G zawiera cykl Hamiltona? Odpowiedź uzasadnij w oparciu o odpowiednie twierdzenie.